

# 一种空间直角坐标转换至大地坐标的简捷算法研究

倪 飞, 陈凤鑫, 申 佳

(南通航运职业技术学院 船舶与海洋工程系, 江苏 南通 226010)

**摘 要:**空间直角坐标系与大地坐标系之间的相互转换是大地测量中的常规计算,经常采用迭代的计算方式忽略了纬度与大地高之间的相关性。而采用同一坐标系中由空间直角坐标计算纬度及大地高的推导算法,将纬度与大地高绑定参与迭代计算,编写了相应的计算程序。该算法经过了实例验证,公式推导简单,便于记忆、理解和程序编写,为空间直角坐标转换至大地坐标提供了新的思路与借鉴。

**关键词:**空间直角坐标;大地坐标;纬度;迭代

**中图分类号:**P282.2

**文献标识码:**A

**文章编号:**1671-9891(2018)01-0054-03

## 0 引言

在同一坐标系中,经常需要用到空间直角坐标与大地坐标之间的相互转换。关于空间直角坐标转换至大地坐标时,纬度的计算公式在许多大地测量的文献中都有提及,常采用迭代的方式进行解算。但由于公式推导方法的不同,使得最终的计算公式不尽相同。其中空间直角坐标转换至大地坐标时,纬度及大地高一般采用迭代的方式,即先计算出纬度值,然后由纬度值计算大地高,忽略了两者的相关性。本文提出了一种纬度计算的简化推导算法,该方法公式推导简单,便于理解和记忆。同时,本算法将纬度与大地高绑定参与迭代计算,考虑了纬度与大地高之间的相关性,并编写了相应的计算程序,经实例验算得到了与传统公式计算相同的精度。

## 1 纬度与大地高计算公式

### 1.1 纬度计算公式

同一坐标系中由空间直角坐标计算纬度的公式如式(1)所示。<sup>[1]</sup>

$$\tan B = \frac{Z + N \cdot e^2 \cdot \sin B}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad (1)$$

式中  $B$  为纬度,  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  分别为 3 个方向的空间坐标值,  $e^2$  为椭球的第一偏心率,  $N$  为卯酉圈曲率半径,其计算如式(2)所示。<sup>[2]</sup>

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \quad (2)$$

传统算法是将式(1)采取迭代的方式展开计算,迭代初值  $\tan B_1$  的取值如式(3)所示,用计算出的纬度初值  $B_1$  计算  $N_1$  及  $\sin B_1$ ,之后按照式(1)进行逐次迭代,直至前后两次纬度值  $B$  的差值满足允许的误差为止。

$$\tan B_1 = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad (3)$$

上述的纬度值计算公式较复杂,具有 3 个变量,分别是  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 。为了减少变量个数,作如下推导。因  $Z = N(1 - e^2) \sin B$ , 将其代入式(1),则式(1)可简化为式(4)。

收稿日期:2017-09-15

基金项目:2014 年度南通市社会事业科技创新与示范计划项目(HS2014017);2017 年江苏省大学生实践创新训练计划项目(201712703005Y);江苏省高校优秀科技团队项目(2017049)。

作者简介:倪飞(1983—),男,江苏连云港人,南通航运职业技术学院船舶与海洋工程系讲师,硕士。

$$\cos B = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{N} = \frac{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \times \sqrt{X^2 + Y^2}}{a} \quad (4)$$

式中  $a$  为椭球的长半径。将式(4)左右平方,如式(5)所示。

$$\cos^2 B = \frac{(1 - e^2 \sin^2 B)(X^2 + Y^2)}{a^2} = \frac{(X^2 + Y^2) - (X^2 + Y^2)e^2 \sin^2 B}{a^2} \quad (5)$$

由于式(5)两端具有的是不同的三角函数,对于迭代很不方便。为了克服这一缺点,建议采用如下的迭代公式,如式(6)、式(7)所示:

$$\cos^2 B = \frac{(X^2 + Y^2) - e^2(X^2 + Y^2)(1 - \cos^2 B)}{a^2} \quad (6)$$

$$t_{i+1} = t_0 - P(1 - t_i) \quad (7)$$

式中  $t_i$  为前一次迭代值,第一次迭代初值令  $t_i = t_0$ 。 $t_0$  的计算如式(8)所示,为方便编程,设  $P$  为如式(9)所示的表达式。

$$t_0 = \frac{X^2 + Y^2}{a^2} \quad (8)$$

$$P = \frac{(X^2 + Y^2)e^2}{a^2} \quad (9)$$

用计算出的纬度初值  $B_1$  计算  $\sin B_1$ ,之后按照式(6)、式(7)进行逐次迭代,直至前后两次纬度值  $B$  的差值满足允许的误差为止。

## 1.2 大地高计算公式

大地高  $H$  的计算如式(10)所示。<sup>[3]</sup>

$$H = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos B N} - N \quad (10)$$

大地高  $H$  直接依据式(6)、式(7),最终迭代计算出纬度值  $B$  代入式(10)获得。考虑纬度及大地高之间的相关性,提出大地高  $H_i$  可依据式(6)、式(7)各次迭代计算出的纬度值  $B_i$  代入式(10)计算获得。

## 2 简捷算法程序编辑流程

针对本文提出的纬度值及大地高的计算方法,采用 Visual C++ 语言编写程序的步骤。

(1)根据式(6)与式(7),将变量  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  及常数  $a$ 、 $e$  代入公式,第一次迭代初值令  $t_i = t_0$ ,计算  $t_1$ ;

(2)依次计算  $t_i (i \geq 2)$  及  $H_i (i \geq 1)$ ,当  $|t_{i+1} - t_i| \geq k$  且  $|H_{i+1} - H_i| \geq k (k$  为给定的常数,如  $10^{-5})$  时,继续迭代;反之,结束程序;

(3)根据最终计算得出的  $t_i$ ,计算纬度值  $B_i$ 。

流程图如图1所示。

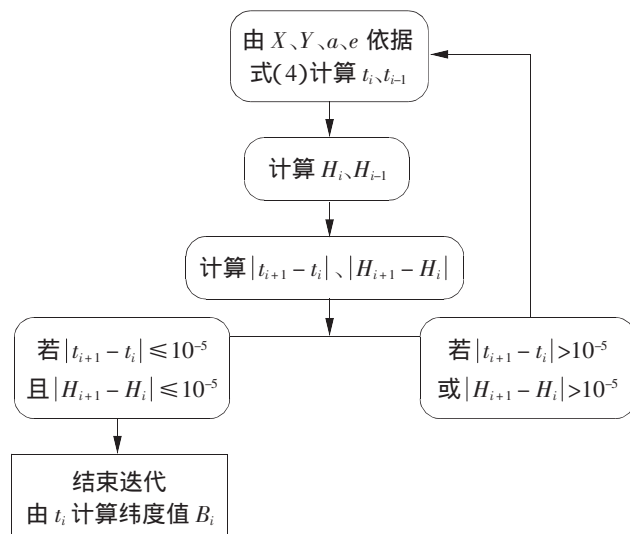


图1 简捷算法流程图

### 3 实例计算

已知某点取北京 54 坐标系参数,其空间直角坐标值分别为 $(X, Y, Z)=(302\ 726.854\ 413\ 5\ 636\ 102.390\ 135\ 2\ 979\ 527.619\ 433)$ 。<sup>[4]</sup>为了对比新算法与传统算法之间的精度情况,拟定以下三个方案。

(1)方案 1 按照传统算法中的公式编写程序,计算纬度值及大地高;

(2)方案 2 先按照本文介绍的式(6)、式(7),采用迭代算法,考虑 $|t_{i+1} - t_i| \geq k$ 计算纬度值,然后按式(5)计算大地高;

(3)方案 3 按照本文介绍的式(6)、式(7)和式(10),同时考虑 $|t_{i+1} - t_i| \geq k$ 且 $|H_{i+1} - H_i| \geq k$ ,编写程序计算纬度值及大地高。

上述三种计算方案下,该点在大地坐标系下的坐标值如表 1 所示。

表 1 三种计算方案精度情况对比

方案	纬度值 $B(^{\circ} ' ")$	大地高 $H(m)$
方案 1	27°59'16.942 41"	8 821.401 6
方案 2	27°59'16.942 406 84"	8 821.401 821
方案 3	27°59'16.942 412 613"	8 821.401 601 52

从表 1 中的方案对比情况可以看出,方案 1 的纬度值精度达到  $10^{-5}s$ ,大地高精度达到  $10^{-4}m$ ;方案 2 的纬度值精度达到  $10^{-8}s$ ,大地高精度达到  $10^{-6}m$ ;方案 3 的纬度值精度达到  $10^{-9}s$ ,大地高精度达到  $10^{-8}m$ 。由此可见,方案 2 与方案 3 在去除三角函数、简化算法的基础上,增加了 $|t_{i+1} - t_i| \geq k$ 且 $|H_{i+1} - H_i| \geq k$ 作为迭代截止条件,有效提高了坐标计算精度。

### 4 结束语

本文给出了一种同一坐标系中由空间直角坐标计算纬度及大地高的推导算法,公式推导简单,便于记忆、理解和程序编写。同时,将 $t_i$ 与大地高 $H_i$ 作为条件值,使得新算法计算精度能够与传统的公式媲美。因此,本文提出的算法为空间直角坐标转换至大地坐标提供了新的思路与借鉴。

### 参考文献:

- [1]孔祥元,郭际明,刘宗泉.大地测量学基础[M].武汉:武汉大学出版社,2006.
- [2]潘正风,杨正尧,程效军,等.数字测图原理与方法[M].武汉:武汉大学出版社,2004.
- [3]张华海,王宝山,赵长胜,等.应用大地测量学[M].徐州:中国矿业大学出版社,2007.
- [4]王仲锋,杨凤宝.空间直角坐标转换大地坐标的直接解法[J].测绘工程,2010,(2):12-14,17.

(责任编辑 乔红宇)

## Study on a Simplified Algorithm of Latitude Conversion from Spatial Rectangular Coordinate to Geodetic Coordinate

NI Fei, CHEN Feng-xin, SHEN Jia

(Dept. of Ship and Ocean Engineering, Nantong Vocational & Technical Shipping College,  
Nantong 226010, China)

**Abstract:** The mutual conversion between spatial rectangular coordinate system and geodetic coordinate system is the routine in geodetic surveying. However, the iterative algorithm neglects the relevance between latitude and geodetic height. Applying the algorithm of spatial rectangular coordinate to the computation of latitude and geodetic height in the same coordinate system, and combining latitude and geodetic height in iterative computation, the corresponding computing programs are developed. Through example verification, this algorithm facilitates the formula derivation, memorization, understanding and program development, which serves as a new line of thought and reference for the conversion from spatial rectangular coordinate to geodetic coordinate.

**Key words:** Spatial rectangular coordinate; Geodetic coordinate; Latitude; Iterative algorithm